

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио ректора Института физико-
математического образования
информационных и обслуживающих
технологий

 И.А. Журавлева
« 27 » 12 2025 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине
Высшая математика

По направлению подготовки – 44.03.04 Профессиональное обучение для
отраслей

Профиль подготовки – Безопасность жизнедеятельности и охрана труда

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Курс – 1 курс (1, семестр)

Разработчик

Ассистент кафедры ВМ и МДМ,

Крюкова Мария Алексеевна

Заведующий кафедрой

высшей математики и методики

преподавания математики

 Крюкова М.А.

Профессор «12» 11 2025 г. № 1

Луганск, 2025

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины (модуля) «Высшая математика» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины (модуля).

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 44.03.04 «Профессиональное обучение (по отраслям)», утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 22 февраля 2017 г. по № 124 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональные	
ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8.1. Демонстрирует знания о понятии, структуре, функции, цели педагогической деятельности, требованиях к современному преподавателю (мастеру производственного обучения); основах и технологиях организации учебно-профессиональной, научно-исследовательской, проектной и иной деятельности обучающихся; ОПК-8.2. Осуществляет поиск, анализ, интерпретацию научной информации и адаптирует ее к своей педагогической деятельности, использует профессиональные базы данных; применяет отечественный и зарубежный опыт и научные достижения в педагогической деятельности; планирует, организывает и осуществляет самообразование в психолого-педагогическом направлении, в области преподаваемой дисциплины (модуля) и (или) профессиональной деятельности; ОПК-8.3. Владеет основами проведения научно-исследовательской работы; приемами научной и специальной устной и письменной речи; приемами педагогической рефлексии и организации рефлексивной деятельности обучающихся

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
1 семестр		
Тема 1. Элементы линейной и векторной алгебры.	ОПК-8	Выполнение проверочной работы, индивидуального задания, Устный опрос
Тема 2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.	ОПК-8	Выполнение заданий практического характера, индивидуального задания, проверочной работы Устный опрос
Тема 3. Основы математического анализа	ОПК-8	Выполнение заданий практического характера, индивидуального задания, проверочной работы Устный опрос
Тема 4. Обыкновенные дифференциальные уравнения	ОПК-8	Выполнение заданий практического характера, индивидуального задания, проверочной работы
Тема 5. Основы теории вероятностей и математической статистики	ОПК-8	Выполнение заданий практического характера, индивидуального задания, проверочной работы
Промежуточная аттестация	ОПК-8	Экзамен (устный)

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ОПК-8	<p>знать: основные понятия линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики; методы решения задач по основным разделам математики, их применение при описании реальных процессов, основные принципы математического моделирования и особенности их применения в соответствии с установленными психофизиологическими, возрастными, познавательными особенностями обучающихся, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями;</p> <p>уметь: применять методы алгебры и геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений при решении задач в профессиональной сфере; устанавливать границы применимости методов; уметь проверять решения; интерпретировать графики реальных процессов;</p> <p>владеть навыками: системой фундаментальных математических</p>

	понятий, навыками решения задач по основным разделам математики; навыками построения математических моделей процессов и содержательной интерпретации полученных результатов; методами анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний в целях совершенствования образовательного процесса
--	--

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Очная форма обучения

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
1 семестр	
Работа на практических занятиях (12х3)	36
Контрольные работы (1х14)	14
экзамен	50
Итого:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

<i>Четырехбалльная система оценивания экзамена</i>	<i>100-балльная шкала</i>	<i>Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале</i>	<i>Система оценивания зачета</i>
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	

Удовлетворительно	63–74	D – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	E – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

1.5. Образец оформления экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛПУ»)

2025/2026 учебный год

Институт физико-математического образования, информационных
и обслуживающих технологий
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики
Дисциплина «Высшая математика»
Курс: 1 курс Направление подготовки:
44.03.04 «Профессиональное обучение (по отраслям)»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Метод Крамера для решения СЛАУ
2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$
на отрезке $\left[\frac{3}{4}; 3\right]$
3. Из чисел от 1 до 10 случайно выбираются 3 различных числа. Найти вероятность того, что все эти три числа нечетные.

Экзаменатор _____ М.А. Котова

Утверждено на заседании кафедры высшей математики и методики преподавания
математики
«__» _____ 2025 г., протокол № __

Заведующий кафедрой высшей математики
и методики преподавания математики _____ Я.П. Кривко

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Проверочная работа № 1 «Элементы линейной и векторной алгебры»

1. Вычислить выражение $(A-B^T) \cdot A^T$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$;

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & -2 \end{vmatrix}$.

3. Найти алгебраическое дополнение элемента a_{32} определителя из задания 2.

4. Используя формулы Крамера, решить систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 2x - 2y + z = 1 \\ 3x + 2y - 2z = 3 \\ 3y - 2z = 1 \end{cases}$$

5. Дано: $z_1 = 2 + i3$, $z_2 = 1 - i$. Вычислить: $(z_1 - 2\bar{z}_2)^{19}$.

6. Даны точки $A(2, 2, 1)$, $B(0, 4, 3)$ и $C(1, 2, 4)$. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$.

7. Даны векторы $\vec{a} = (2, 2, -3)$, $\vec{b} = (4, -2, -2)$. Вычислить выражение $(\vec{a} + \vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$.

Тестовое задание «Поверхности второго порядка»

- | | |
|---|--|
| 1. Поверхность, заданная уравнением $F(x, y, z) = 0$, где $F(x, y, z)$ - многочлен второй степени, называется... | 1. трансцендентной;
2. алгебраической второго порядка;
3. квадратичной;
4. поверхностью вращения. |
| 2. В сечении конуса плоскостью, не проходящей через вершину и имеющей угол наклона к плоскости Oxy , получим... | 1. эллипс;
2. гиперболу;
3. параболу;
4. пару пересекающихся прямых. |
| 3. Сущность метода сечений состоит в следующем... | 1. геометрические объекты задают с помощью чисел, уравнений, |

неравенств или их систем и изучают геометрические свойства фигур аналитическими методами;

2. строят пересечение данной поверхности с другими поверхностями второго порядка и определяют уравнения полученных линий пересечения;

3. поверхность пересекают плоскостями, параллельными координатным плоскостям, и по виду линий пересечения судят о поверхности;

4. поверхность пересекают различными прямыми, проходящими через начало координат, и проецируют полученные точки пересечения на координатные плоскости

- | | | |
|---|---|--|
| 4 | Какое из данных уравнений не определяет цилиндрическую поверхность | 1. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
2. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$
3. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
4. $x^2 = 0$ |
| 5 | Сечением поверхности $4x^2 + 3y^2 - 12z = 0$ плоскостью $x = 5$ является | 1. эллипс
2. гипербола
3. парабола
4. пара пересекающихся прямых |
| 6 | Поверхность, определяемая уравнением $x^2 + y^2 = f^2(y)$ может быть получена вращением | 1. линии $y = f(x), z = 0$ вокруг оси Ox ,
2. линии $y = f(z), y = 0$ вокруг оси Oy
3. линии $z = f(y), x = 0$ вокруг оси Oy
4. линии $y = f(x), z = 0$ вокруг оси Oz |
| 7 | Уравнение $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ определяет... | 1. эллиптический параболоид
2. эллиптический цилиндр
3. гиперболический параболоид
4. однополосный гиперболоид |

Проверочная работа № 2

«Элементы аналитической геометрии»

1. Дана прямая $-2x + 3y - 6 = 0$. Определить параметры k и b .
2. Даны точки $A(1,2)$, $B(3,3)$ и $C(3,1)$. Найти высоту треугольника ABC , опущенную из вершины A .
3. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ и плоскости $3x + 5y - z - 2 = 0$
4. Построить эллипс $9x^2 + 25y^2 = 225$. Найти полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет.
5. Составить уравнение хорды окружности $x^2 + y^2 = 49$, делящейся в точке $A(1,2)$ пополам.
6. Привести данные уравнения поверхностей к каноническому виду. Построить поверхности методом сечений: а) $7x^2 + 6y^2 + 5z^2 - 4xy - 4yz - 18 = 0$; б) $3z - 1 = x^2$

Проверочная работа №3

«Пределы. Производная функции»

1. Вычислить пределы
 - а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+3)^7}{(3x-2)^5(x^2-1)}$, б) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{2x-7}$,
 - в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$, г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - \sqrt{4x^2 - 4x}\right)$.
2. Найти производные
 - а) $y = \ln x - \frac{5}{\sqrt{x}}$, б) $y = \frac{x^3}{x^2 - 5x^7}$, в) $y = \cos x \cdot \sqrt{1+x^2}$.

Проверочная работа № 4

«Интегральное исчисление функции одной переменной»

1. Найти неопределенные интегралы
 - а) $\int \left(\sqrt[3]{x^2} - 2x^3 + \frac{1}{x^2} \right) dx$, б) $\int \left(\frac{x^2-1}{x} \right) dx$, в) $\int \frac{x}{x^2-5} dx$, г) $\int x e^{-x} dx$.
2. Вычислить определенные интегралы а) $\int_0^2 (x-1)^2 dx$, б) $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx$
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций: $y = x^2 - 2x + 3$, $y = 4 - 2x$
4. Найти область определения функции $z = \sqrt{x^2 - 2x + y^2} - \sqrt{4 - x^2 - y^2}$
5. Вычислить частные производные первого и второго порядков: $z = \arcsin \frac{y}{x}$

Проверочная работа №5
«Дифференциальные уравнения»

1. Укажите ДУ с разделяющимися переменными

- а) $(x + y)dx + \cos y dy = 0$; б) $\sin y dy = (x^2 + x^2 y^2) dx$;
в) $tgy dy = (x^2 + xy) dx$; г) $y' - y = x^3$.

2. Укажите дифференциальное уравнение третьего порядка

- а) $y'' - y' = 3$; б) $y''' + x = 0$; в) $y \cdot y' + 3x = 0$; г) $y' + \frac{y}{x} = y^3$.

3. Укажите линейное ДУ первого порядка.

- а) $y' = ye^x$; б) $y' = \frac{x - y}{3x + 5y}$; в) $y' = y \cdot x^2 + e^x$; г) $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{e^y + 5}$.

4. Дифференциальное уравнение $y'(x^2 + 9) = y^3 - 1$ является

- а) дифференциальным уравнением второго порядка;
б) дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными;
в) линейным дифференциальным уравнением;
г) однородным дифференциальным уравнением.

5. ДУ вида $2(y')^2 = (y - 1)y''$ решается с помощью замены

- а) $y' = p(x)$, $y'' = \frac{dp}{dx}$; б) $y' = p(y)$, $y'' = p \frac{dp}{dy}$;
в) $y = u(x) \cdot v(x)$, $y' = u'v + uv'$; г) $y = x \cdot u$, $y' = u + xu'$.

6. Запишите характеристическое уравнение ДУ $y'' + 5y = 2x$.

7. Общий интеграл ДУ $\frac{dy}{y + 5} = \cos 3x dx$ имеет вид

- а) $\ln|y + 5| = \frac{1}{3} \sin 3x + c$; б) $\frac{1}{5} \ln|y + 5| = \frac{1}{3} \sin 3x + c$;
в) $\ln|y + 5| = \sin 3x + c$; г) $\ln|y + 5| = \frac{1}{3} \sin 3x$.

8. Проинтегрировать дифференциальное уравнение с разделяющимися

переменными. Решить задачу Коши: $y' = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}$, $y(0) = 1$

9. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$y'' + 2y' + y = 0$$

Тестовое задание
«Основы теории вероятностей»

1. Вероятность P случайного события A удовлетворяет условию
а) $P(A)=0$; б) $P(A)=1$; в) $P(A)>1$; г) $0<P(A)<1$.
2. Какова вероятность выпадения очка равного 3 при одном бросании игрального кубика?
а) 1; б) $1/6$; в) $1/3$; г) $2/3$.
3. Цепь работает по схеме $\text{---} \textcircled{1} \text{---} \textcircled{2} \text{---}$. Работа каждого элемента является независимым событием, вероятность которого равна 0,8. Найти вероятность работы цепи.
4. Вероятность события A при наступлении хотя бы одного события $H_i (i=1, 2, \dots, n)$ из полной группы событий находится по формуле:
а) $P(A) = \sum_{i=1}^{\infty} H_i P(A)$; б) $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) P(A)$;
в) $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) P_{H_i}(A)$; г) $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) + P_{H_i}(A)$.
5. Если монету бросают 7 раз, то вероятность выпадения герба в 5 случаях вычисляется по формуле:
а) $C_7^5 \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^7$; б) $C_7^5 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \left(\frac{1}{2}\right)^7$; в) $C_7^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5$; г) $C_7^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^2$.
6. Какое свойство математического ожидания не выполняется?
а) $M[X+Y] = M[X] + M[Y]$; б) $M[X \cdot Y] = M[X] \cdot M[Y]$;
в) $M[CX] = CX$; г) $M[X - M[X]] = 0$.
7. Заполните пустую клетку ряда распределения случ. величины X . Вычислите математическое ожидание случайной величины.

x_i	-2	3	7	9
p_i	0,1	0,2	0,1	

Индивидуальное задание

1. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -5 & 6 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, методом Крамера и методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7 \\ -3x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 48 \\ 6x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 13 \end{cases}$$

3. Даны координаты вершин пирамиды ABCD: A(1; 3; 2), B(-1; 6; 2), C(-1; 3; 8), D(1; 6; 10). Записать векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ в системе орт $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ и найти модули этих векторов; найти угол между векторами $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$; найти проекцию вектора \overrightarrow{AD} на вектор \overrightarrow{AB} ; найти площадь грани ABC; найти объем пирамиды ABCD; найти координаты центра тяжести треугольника ABC.
4. Даны координаты вершин треугольника ABC: A (-8;-3); B (0;-9); C(2;5). Найти: длину стороны AB; уравнения сторон AB и BC и их угловые коэффициенты; внутренний угол B; уравнение медианы AE; уравнение и длину высоты CD; уравнение прямой, проходящей через точку E параллельно стороне AB; координаты точки M, расположенной симметрично точке A относительно прямой CD.
5. Даны уравнение кривой 2-го порядка $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 3 = 0$ и уравнение прямой $x + 2y + 3 = 0$. Найти канонический вид уравнения кривой; точки пересечения кривой и прямой; сделать чертеж.

6. Вычислить пределы:

a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 3x - 9}{3x^2 + 5x - 12}$ при 1) $x_0 = 2$; 2) $x_0 = -3$; 3) $x_0 = \infty$;

б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x + 1} - \sqrt{7 - x}}$

7. Найти производные: а) $y = 3x^7 + 11x^6 - x^5 + 5$; б) $y = \frac{\ln(3x + 11)}{4x^2 + 9}$;

в) $y = (7x + 3)\cos 5x$; г) $y = \sqrt{5x^2 + 3} \cdot e^{2x-1}$

8. Провести полное исследование функции $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 5$ и построить ее график.

9. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{1+x}}$

б) $\int x \sin \sqrt{x} dx$

в) $\int \frac{(x+1)}{(x^2+1)(x^2+9)} dx$

10. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками: $y = \frac{1}{(x-4)^2}$, $x = 1$, $y = x - 1$

Вопросы для устного опроса:

Элементы линейной алгебры

1. Что называется матрицей размера $m \times n$?
2. Какая матрица называется матрицей-строкой, матрицей-столбцом?
3. Какая матрица называется квадратной?
4. Что такое главная и побочная диагонали матрицы?
5. Какая матрица называется единичной, нулевой ? Как они обозначаются?
6. Какая матрица называется треугольной, симметричной?
7. Какие матрицы называются однотипными?
8. Что такое сумма двух матриц?
9. Перечислите свойства сложения двух матриц.
10. Что такое разность двух матриц?
11. Что такое произведение двух матриц?
12. Перечислите свойства умножения двух матриц.
13. Что такое произведение матрицы на число?
14. Перечислите свойства умножения матрицы на число.
15. Дайте определение транспонированной матрицы.
16. Что такое определитель n -го порядка?
17. Что называют определителем второго порядка?
18. Дайте определение определителя третьего порядка.
19. Сформулируйте правило треугольников для вычисления определителей 3-го порядка.
20. Сформулируйте правило для вычисления определителей третьего порядка
21. Назовите свойства определителей.
22. Что такое минор элемента a_{ij} ?
23. Что такое алгебраическое дополнение элемента a_{ij} ?
24. Сформулируйте основную теорему (о разложении определителя n -го порядка по элементам строки).
25. Перечислите элементарные преобразования над матрицами.
26. Какая матрица называется ступенчатой?
27. Что такое неособенная (невырожденная) матрица, особенная (вырожденная) матрица?
28. Дайте определение обратной матрице.
29. Дайте определение союзной матрице.
30. Сформулируйте алгоритм нахождения обратной матрицы.
31. Что такое ранг матрицы (два определения)?
32. Дайте определение линейного уравнения от n неизвестных .
33. Что называется решением линейного уравнения от n неизвестных.
34. Какое уравнение называется тривиальным, противоречивым?
35. Что такое система линейных уравнений от n - неизвестных?

36. Что называется решением системы линейных уравнений от n неизвестных?
37. Какие СЛУ называются совместными, несовместными?
38. Какие СЛУ называются определенными, неопределенными?
39. Какие СЛУ называются ступенчатыми?
40. Что такое основная матрица СЛУ, матрица неизвестных, свободных членов?
41. Дайте характеристику матричному уравнению.
42. Сформулируйте правило Крамера.
43. Какая матрица называется расширенной матрицей СЛУ?
44. Дайте определение равносильных СЛУ.
45. Перечислите элементарные преобразования СЛУ.
46. Что такое однородное ЛУ?
47. Сформулируйте теорему о приведении СЛУ к ступенчатому виду (правило Гаусса)
48. В чем сущность метода обратной матрицы для решения СЛУ?
49. Сформулируйте критерий Кронекера-Капелли.

Начала математического анализа

1. Что понимают под понятием множества? Как обозначаются множества? 2. Что такое элемент множества?
2. Дайте определение пустому множеству. Как оно обозначается?
3. Что такое подмножество, равные множества?
4. Охарактеризуйте операции над множествами.
5. Дайте характеристику всем числовым множествам.
6. Охарактеризуйте числовые промежутки.
7. Что такое функция, зависимая переменная, независимая переменная?
8. Что такое область определения и область значения?
9. Дайте определение графика функции?
10. Перечислите способы задания функции.
11. Какие функции называются четными, нечетными?
12. Какие функции называются возрастающими, убывающими?
13. Какие функции называются ограниченными, периодическими?
14. Дайте определение обратной функции, сложной функции.
15. Охарактеризуйте основные элементарные функции и их графики.
16. Что называют δ -окрестностью точки?
17. Что такое предел функции в точке, предел функции на бесконечности?
18. Назовите необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке.
19. Чему равен предел в точке константы?
20. Сформулируйте теоремы о пределах в точке суммы, произведения, частного двух функций.
21. Какие функции называются бесконечно-большими в точке, бесконечно-малыми в точке?

22. Сформулируйте теорему о связи между бесконечно-большими и бесконечно-малыми функциями.
23. Сформулируйте теоремы о замечательных пределах.
24. Что такое эквивалентные бесконечно-малые?
25. Сформулируйте теорему о вычислении предела отношения бесконечно-малых.
26. Напишите таблицу эквивалентных бесконечно-малых.
27. Что такое приращение аргумента?
28. Что такое приращение функции?
29. Дайте определение производной функции в точке.
30. В чем состоит алгоритм нахождения производной?
31. В чем сущность геометрического смысла производной?
32. В чем состоит физический смысл производной?
33. Напишите таблицу производных основных элементарных функций.
34. Сформулируйте и докажите теоремы о правилах дифференцирования.
35. Сформулируйте теорему о производной сложной функции.
36. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
37. Сформулируйте теоремы Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа.
38. В чем стоит критерий постоянства?
39. Сформулируйте теорему о признаке монотонности (достаточное условие) с доказательством.
40. Что такое критическая точка функции?
41. В чем стоит правило исследования функции на монотонность?
42. Что такое точка максимума, минимума?
43. Что называются экстремумами функции?
44. Сформулируйте теорему о необходимом условии экстремума.
45. Сформулируйте теоремы 1 и 2 о достаточном условии экстремума.
46. В чем состоит правило исследования функции на экстремумы?
47. Сформулируйте теорему о наибольшем и наименьшем значении функции на отрезке.
48. Когда график функции называется выпуклым вверх (вниз)?
49. Сформулируйте теорему достаточное условие выпуклости.
50. Дайте определение точки перегиба.
51. Сформулируйте теоремы достаточное и необходимое условие перегиба.
52. Сформулируйте правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.
53. Что такое неvertикальные асимптоты графика функции?
54. Сформулируйте правила Лопиталя.
55. Сформулируйте правило исследование графика функции на выпуклость, вогнутость и точки перегиба.
56. Охарактеризуйте общую схему исследования графика функции и его построения.

1. Дайте определение понятия испытания, приведите примеры.
2. Дайте определение невозможного и достоверного события, случайного события.
3. Какие события называются совместными, несовместными?
4. Какие события называются равносильными?
5. Охарактеризуйте действия над событиями (произведение, сумма и разность)
6. Какие события называются противоположными?
7. Что такое полная группа событий?
8. Дайте классическое определение вероятности.
9. Дайте статистическое определение вероятности.
10. Дайте геометрическое определение вероятности.
11. Сформулируйте теоремы сложения №1, 2, 3,4
12. Дайте определение независимых событий.
13. Сформулируйте теоремы умножения № 1, 2, 3,4
14. В чем суть формул Байеса?
15. Что такое схема Бернулли?
16. В чем суть формулы Бернулли?
17. В чем состоят приближенные способы подсчета вероятностей в схеме Бернулли?
18. Что такое случайная величина? Какая случайная величина называется дискретной?
19. Что такое математическое ожидание?
20. Что такое дисперсия? Что она характеризует? Что такое среднее квадратичное отклонение и коэффициент вариации?
21. Что называется функцией распределения (интегральной функцией распределения)?
22. Какие случайные величины называются непрерывными?
23. Что такое плотность вероятности (дифференциальная функции распределения)?
24. По каким формулам находятся математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины? Непрерывной случайной величины?
25. Понятие о генеральной совокупности и выборке, проблема репрезентативности выборки.
26. Представление статистических данных. Статистические таблицы.
27. Дайте определение гистограммы и полигона частот.
28. Что такое размах вариации, среднее значение, мода и медиана для группированной и негруппированной выборки?
29. Дате определение дисперсии, среднего квадратичного отклонения.
30. В чем суть нормального распределения, что такое асимметрия и эксцесс?

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Вопросы к экзамену

1. Матрицы. Действия над матрицами. Их свойства.
2. Определители (основные понятия). Вычисление определителей второго и третьего порядков. Свойства определителей.
3. Системы линейных алгебраических уравнений.
4. Решение невырожденных линейных систем. Матричный метод решения систем уравнений.
5. Решение невырожденных линейных систем. Метод Крамера.
6. Метод Гаусса решения линейных систем.
7. Векторы. Линейные операции над векторами. Их свойства. Проекция вектора на ось.
8. Разложение вектора по ортам. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
9. Система координат в пространстве. Действия над векторами, заданными своими координатами.
10. Скалярное произведение векторов. Основные приложения.
11. Векторное произведение векторов. Основные приложения.
12. Смешанное произведение трех векторов, его геометрический смысл.
13. Общее уравнение прямой на плоскости. Основные типы уравнения прямой на плоскости.
14. Основные задачи о прямой на плоскости (угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых, расстояние от точки до прямой)
15. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Основные типы уравнения плоскости.
16. Основные задачи о плоскости (угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей, расстояние от точки до плоскости).
17. Понятие поверхности. Поверхности вращения и преобразование сжатия. Эллипсоиды. Гиперболоиды. Параболоиды. Конусы. Цилиндрические поверхности.
18. Понятие множества. Включение множеств. Объединение, пересечение и произведение множеств.
19. Числовые множества. Множество вещественных чисел.
20. Функция и ее свойства. Способы задания функций.
21. Основные элементарные функции, их свойства и графики.

22. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Основные теоремы о пределах.
23. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности.
24. Арифметические операции над пределами. Особые случаи и неопределенности.
25. Предел функции в точке. Некоторые замечательные пределы.
26. Непрерывность функций в точке. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.
27. Понятие функции, дифференцируемой в точке.
28. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
29. Производная функции, ее смысл в различных задачах. Правила нахождения производной и дифференциала.
30. Условия монотонности функции. Экстремумы функции. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции.
31. Общая схема исследования функции и построения ее графика.
32. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица простейших неопределенных интегралов.
33. Свойства неопределенного интеграла. Замена переменной в неопределенном интеграле, формула линейной подстановки.
34. Интегрирование по частям.
35. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
36. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
37. Приложения определенного интеграла.
38. Задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения.
39. Понятие дифференциального уравнения. Понятие решения дифференциального уравнения, общего и частного решения. Задача Коши.
40. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
41. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
42. Дифференциальные уравнения высших порядков. Типы уравнений, допускающих понижения порядка.
43. Дифференциальные уравнения второго порядка. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.
44. Описание вероятностного пространства. Операции над случайными событиями. Классическое вероятностное пространство.
45. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимые события.

46. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
47. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
48. Случайная величина. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
49. Дискретные случайные величины и их числовые характеристики.
50. Абсолютно непрерывные случайные величины и их числовые характеристики.
51. Основные примеры случайных величин.
52. Коэффициент корреляции и его свойства.
53. Предмет и задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Способы отбора. Вариационный ряд.
54. Статистическая функция распределения. Графическое изображение статистических рядов.
55. Основные понятия теории оценок. Классификация точечных оценок. Метод моментов. Метод наибольшего правдоподобия.
56. Доверительные интервалы. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормального распределения.

Вопросы к диагностической работе

1. Квадратная матрица называется вырожденной, если её определитель ...

а) $= 0$	в) $= 1$
б) $\neq 0$	г) $\neq 1$

2. При каком условии система линейных уравнений имеет единственное решение:

а) $r(A) < n$	в) $r(A) > n$
б) $r(A) = n$	г) $r(A) = 0$

3. Если матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, то $4A$ имеет вид:

а) $A = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 12 & -2 \end{pmatrix}$	в) $A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 12 & -8 \end{pmatrix}$
б) $A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$	г) $A = \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$

4. Решая систему 4-х линейных уравнений с 4-мя неизвестными методом Гаусса получили матрицу:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 5 & 9 & 1 & -3 \\ 0 & 8 & 32 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{array} \right),$$
 значит, данная система

- а) имеет единственное решение в) не имеет решений
 б) имеет бесконечное множество решений г) имеет два ненулевых решения

5. Для матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

найти элемент c_{23} произведения $C = B \cdot A$.

6. Решить системы уравнений по формулам Крамера:
$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 4 \\ 7x_1 + 4x_2 = 8 \end{cases}$$

- Решить систему матричным способом
$$\begin{cases} 3x - y - z = -3 \\ x + z = 5 \\ y - z = -2 \end{cases}$$

7.

8. Решить систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 12 \\ 3x_1 - 5x_2 + 7x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 - 7x_2 + x_3 - 3x_4 = 4 \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 16 \end{cases}$$

9. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 4}$.

10. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -5 & 6 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

11. Вычислить определитель четвертого порядка: 1) используя разложение по строке или столбцу; 2) сведя к ступенчатому виду.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & -7 & 8 & -9 \\ -1 & 3 & -5 & 0 \\ -4 & 3 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

12. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, методом Крамера и методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7 \\ -3x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 48 \\ 6x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 13 \end{cases}$$

22. Исследовать на непрерывность: $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$

23. Найти производную функции:

$$y = 3x^4 - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt[5]{x^3}$$

24. Найти производную функции:

$$y = \sin^3(2x) \cdot \cos(5x^3)$$

25. Найти интервалы монотонности функции: $y = x^3 - 3x^2 - 36x + 1$.

26. Провести полное исследование функции и построить график $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$

27. Найти неопределенный интеграл $\int \left(\sqrt[3]{x^2} - 2x^3 + \frac{1}{x^2} \right) dx$

28. Найти неопределенный интеграл $\int \left(\frac{x^2 - 1}{x} \right) dx$

29. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x}{x^2 - 5} dx$

30. Найти неопределенный интеграл $\int x e^{-x} dx$

31. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{3x^2 - 15}{(x-1) \cdot (x^2 + 5x + 6)} dx$.

32-36. Вычислить определенные интегралы

$$a) \int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt{1-8x^2}} dx; \quad б) \int_2^6 \sqrt{x-1} dx; \quad в) \int_0^{1/2} \frac{\arctg 2x}{1+4x^2} dx; \quad г) \int_3^5 \frac{x dx}{\sqrt{x^2-2}}; \quad д) \int_{\pi}^{2\pi} x^2 \cos x dx.$$

37. Найти область определения функции $z = \frac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$

38-41. Вычислить производные:

а)

б)

в)

г)

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}; \quad y = (e^{\sin x} + 3x)^3; \quad y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{x}; \quad y = (x + 1)^{\sin x};$$

42-43. Вычислить производные:

$$\begin{array}{ll} a) & б) \\ x^2 + y^2 - 2y = 0; & \begin{cases} x = t - \ln t \\ y = 3t^2 - 2t^3 \end{cases} \end{array}$$

44-46. Вычислить неопределенные интегралы:

$$\begin{array}{lll} a) & б) & в) \\ \int x^2 \sqrt{2-x} dx; & \int \ln^2 x dx; & \int \frac{dx}{x^4 + 7x^2 + 12} \end{array}$$

47-48. Вычислить определенные интегралы:

$$\begin{array}{ll} a) & б) \\ \int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 2x + 1) dx & \int_0^{\pi} x \sin x dx \end{array};$$

49. Матрицы. Действия над матрицами. Их свойства.

50. Определители (основные понятия). Вычисление определителей второго и третьего порядков. Свойства определителей.

51. Элементарные преобразования матриц.

52. Обратная матрица, её вычисление и свойства.

53. Базисный минор матрицы.

54. Ранг матрицы. Его свойства.

55. Системы линейных алгебраических уравнений.

56. Решение невырожденных линейных систем. Матричный метод решения систем уравнений.

57. Решение невырожденных линейных систем. Метод Крамера.

58. Метод Гаусса решения линейных систем.

59. Понятие функции, дифференцируемой в точке.

60. Дифференциал функции и его геометрический смысл.

61. Производная функции, ее смысл в различных задачах.

62. Правила нахождения производной и дифференциала.

63. Дифференцирование функций, заданных параметрически.

64. Дифференцирование неявных функций.

65. Дифференцирование степенно – показательных функций.

66. Производные и дифференциалы высших порядков.

67. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

68. Первообразная функция (основные понятия и теоремы). Определение неопределённого интеграла.

69. Основные свойства неопределённого интеграла.

70. Основные методы интегрирования (непосредственно, разложением, заменой переменной).